
Año:	2004/05
Centro:	FACULTAD DE CIENCIAS EXPERIMENTALES
Estudios:	LICENCIATURA DE MATEMÁTICAS (99)
Asignatura:	COMPLEMENTOS DE ANÁLISIS FUNCIONAL
Código:	4998307
Ciclo:	2º
Curso:	OPTATIVA
Cuatrimestre:	2º
Carácter:	OPTATIVA
Créditos teóricos:	3
Créditos prácticos:	3
Área:	ANÁLISIS MATEMÁTICO
Departamento:	ÁLGEBRA Y ANÁLISIS MATEMÁTICO
Descriptores:	TEORÍA DE OPERADORES EN ESPACIOS DE BANACH. INTRODUCCIÓN A LA GEOMETRÍA DE LOS ESPACIOS DE BANACH

TEMARIO

TEMA 1: ESPACIOS DE HILBERT

- **CONCEPTOS BÁSICOS Y PROPIEDADES GEOMÉTRICAS:** Producto escalar en un espacio vectorial. Ejemplos de espacios prehilbertianos. Norma en un espacio prehilbertiano. Espacios de Hilbert. Identidad de polarización. Normas que proceden de un producto escalar. Ortonormalidad. Teorema de aproximación óptima. Teorema de la proyección ortogonal. Dual de un espacio de Hilbert: Teorema de Riesz-Fréchet.

- **BASES ORTONORMALES EN ESPACIOS DE HILBERT:** Ortonormalización. Bases ortonormales. Desarrollo de Fourier. Espacios de Hilbert separables. Series trigonométricas y series de Fourier. Series de Fourier en el espacio $L_2[-\pi, \pi]$.

TEMA 2: TEORÍA ESPECTRAL PARA OPERADORES COMPACTOS

- **OPERADORES COMPACTOS:** Operadores adjuntos entre espacios normados. Operadores de rango finito. Operadores compactos. La propiedad de aproximación. Teorema de Schauder. La alternativa de Fredholm. Aplicación a la resolución de ecuaciones diferenciales e integrales.

- **TEORÍA ESPECTRAL EN ESPACIOS DE BANACH:** Operadores inversibles. Aplicación de la inversión de operadores a la resolución de ecuaciones integrales. El espectro de un operador. Teorema espectral para operadores compactos en espacios de Banach.

- **TEORÍA ESPECTRAL EN ESPACIOS DE HILBERT:** Operadores adjuntos en espacios de Hilbert. Operadores unitarios autoadjuntos y normales. Propiedades espetrales de los operadores autoadjuntos y normales. Teorema espectral para operadores compactos normales.

TEMA 3: DUALIDAD EN ESPACIOS NORMADOS

- **ESPACIOS DUALES:** Inyección canónica de un espacio normado en su bidual. Espacios de Banach reflexivos. Teorema de Bishop-Phelps. Estabilidad de los espacios de Banach reflexivos.

- **TOPOLOGÍAS DÉBILES:** Topologías iniciales. Topología débil de un espacio normado. Topología débil-* del dual de un espacio normado. Separabilidad de las topologías débiles. Acotación de las topologías débiles. Teorema de Tihonov. Teorema de Banach-Alaoglu. Un teorema de separación para la topología débil-*. Teorema de Goldstine. Compacidad débil de la bola unidad y reflexividad. Teorema de Clarkson. Teorema de Milman-Pettis. El espacio dual de $L_p(\mu)$ con $1 < p < \infty$.

BIBLIOGRAFÍA

LIBROS DE TEORÍA:

- Beauzamy, B., *Introduction to Banach spaces and their geometry*, North Holland, Amsterdam, 1982.
- Berberian, S.K., *Lectures in Functional Analysis and Operator Theory*, Springer-Verlag, New York, 1988.
- Bollobás, B., *Linear Analysis*, Cambridge University Press, Cambridge, 1990.
- Cascales, B. y Mira, J.M., *Análisis Funcional*, DM ICE Universidad de Murcia, 2002.
- Conway, J.B., *A course in Functional Analysis*, Springer-Verlag, New York, 1985.
- Debnath, J. y Mikusinski, P., *Introduction to Hilbert spaces with applications*, Academic Press, San Diego, 1990.
- Diestel, J., *Geometry of Banach spaces: Select Topics*, Springer-Verlag, New York, 1975.
- Dugundji, J., *Topology*, Allyn and Bacon, Inc., Boston, 1996.
- Fabian et al., *Functional Analysis and Infinite-Dimensional Geometry*, Springer-Verlag, New York, 2001.
- Goffman, C. y Pedrick, G., *First Course in Functional Analysis*, Chelsea Publishing Company, New York, 1983.
- Gohberg, I. y Goldberg, S., *Basic Operator Theory*, Birkhäuser, Boston, 1981.
- Hewitt, E. y Stromberg, K.R., *Real and Abstract Analysis*, Springer-Verlag, Berlin, 1965.
- Holmes, R., *Geometric Functional Analysis and its applications*, Springer-Verlag, New York, 1975.
- Jameson, G.J.O., *Topology and normed spaces*, Chapman and Hall, London, 1974.
- Lang, S., *Real and Functional Analysis*, Springer-Verlag, New-York, 1993.
- Megginson, R.E., *An introduction to Banach Space Theory*, Springer-Verlag, New-York, 1998.
- Morrison, T., *Functional Analysis: An introduction to Banach Space Theory*, Wiley-Interscience, 2000.
- Mukherjea, A. y Pothoven, K., *Real and Functional Analysis*, Plenum Press, New York, 1986.
- Pedersen, G.K., *Analysis Now*, Springer-Verlag, New York, 1988.
- Pietsch, A., *Banach Space Theory and its applications*, Springer-Verlag, 1983.
- Rynne, B.P. y Youngson, M.A., *Linear Functional Analysis*, Springer-Verlag, London, 2000.
- Rudin, W., *Análisis Real y Complejo*, Alhambra, Madrid, 1979.
- Saxe, K., *Beginning Functional Analysis*, Springer-Verlag, New York, 2000.
- Stromberg, K.R., *An introduction to Classical Real Analysis*, Wadsworth Int. Group, 1981.
- Vera, A. y Alegria, P., *Un curso de Análisis Funcional*, AVL, Bilbao, 1997.

LIBROS DE PROBLEMAS:

- Bombal, F., Rodríguez, L. y Vera, G., *Problemas de Análisis Matemático (Tomos 1 y 3)*, Editorial AC, Madrid, 1987.
- Costara, C. y Popa, D., *Exercises in Functional Analysis*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 2003.
- Hernando, B., *Problemas sobre espacios métricos, normados y de Hilbert*, UNED, Madrid, 1999.
- Tocino, A. y Maldonado, M., *Problemas resueltos de Análisis Funcional*, Librería Cervantes, Salamanca, 2003.
- Trenoguin, V.A., Pisarevski, B.M. y Sóboleva, T.S., *Problemas y ejercicios de Análisis Funcional*, Mir, Moscú, 1987.

ARTÍCULOS:

- Connor, J., *A short proof of Steinhaus' theorem on summability*, Amer. Math. Monthly, 92 (1985), 6, 420-421.
- Katz, I.J., *An inequality of orthogonal complements*, Math. Mag., 65 (1992), 258-259.
- Kremp, S., *An elementary proof of the Eberlein-Smulian theorem and the double limit criterion*, Arch. Math., 47 (1986), 66-69.
- Martínez-Abejón, A., *An elementary proof of the principle of local reflexivity*, Proc. Amer. Math. Soc., 127 (1999), 5, 1397-1398.
- Morris, S.A., *An elementary proof that the Hilbert cube is compact*, Amer. Math. Monthly, 91 (1984), 9, 563-564.
- Narici, L. and Beckenstein, E., *The Hahn-Banach theorem: the life and times*, Topology and its applications, 77 (1997), 193-211.
- Oja, E., *A short proof of a characterization of reflexivity of James*, Proc. Amer. Math. Soc., 126 (1998), 8, 2507-2508.
- Stegall, C., *A proof of the principle of local reflexivity*, Proc. Amer. Math. Soc., 78 (1980), 1, 154-156.
- Thorsen, B., *The eigenvalues of an infinite matrix*, The College Math. J., 31 (2000), 2, 107-110.
- Werner, D., *A proof of the Markov-Kakutani fixed point theorem via the Hahn-Banach theorem*, Extracta Math., 8 (1992), 1, 37-38.

CRITERIOS DE EVALUACIÓN: La evaluación de los conocimientos de los alumnos se realizará mediante tres pruebas parciales que consistirán en la resolución de diversas cuestiones de tipo teórico y práctico. Estas pruebas se realizarán al final de cada tema. Se valorará también la participación en clase y la resolución de los problemas planteados por el profesor.